

## Tema 4. Ejercicios.

- 4.1** Dada la siguiente gramática, calcula los conjuntos PRIMERO y SIGUIENTE para los símbolos no terminales, y basándote en esos conjuntos determina si la gramática cumple o no las condiciones LL(1). Para que la pregunta sea puntuada es obligatorio indicar cuáles son los conjuntos PRIMERO y SIGUIENTE, así como la aplicación de las condiciones LL(1).

$$\begin{aligned} L &\rightarrow S L' ; \\ L' &\rightarrow ; S L' \mid \xi \\ S &\rightarrow a \mid \text{while } b \text{ do } L \end{aligned}$$

- 4.2** Dada la siguiente gramática, calcula los conjuntos PRIMERO y SIGUIENTE para los símbolos no terminales, y basándote en esos conjuntos determina si la gramática cumple o no las condiciones LL(1). Para que la pregunta sea puntuada es obligatorio indicar cuáles son los conjuntos PRIMERO y SIGUIENTE, así como la aplicación de las condiciones LL(1).

$$\begin{aligned} L &\rightarrow S L' \\ L' &\rightarrow ; S L' \mid \xi \\ S &\rightarrow a \mid \text{while } b \text{ do begin } L \text{ end} \end{aligned}$$

- 4.3** Dada la gramática que define las expresiones en notación postfija, obtener una gramática predictiva:

$$\begin{aligned} E &\rightarrow E E + \\ E &\rightarrow E E * \\ E &\rightarrow \text{entero} \end{aligned}$$

- 4.4** Dada la siguiente gramática, completar su tabla de análisis descendente y el análisis descendente no recursivo de la cadena (**id or id**).

$$\begin{aligned} E &\rightarrow T E' & T' &\rightarrow \text{and } F T' \\ E' &\rightarrow \text{or } T E' & & \mid \xi \\ &\mid \xi & F &\rightarrow (E) \\ T &\rightarrow F T' & & \mid \text{id} \end{aligned}$$

|    | #                    | (                    | )                    | id                        | and                               | or                               |
|----|----------------------|----------------------|----------------------|---------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| E  |                      | $E \rightarrow T E'$ |                      | $E \rightarrow T E'$      |                                   |                                  |
| E' | $E' \rightarrow \xi$ |                      |                      |                           |                                   | $E' \rightarrow \text{or } T E'$ |
| T  |                      | $T \rightarrow F T'$ |                      | $T \rightarrow F T'$      |                                   |                                  |
| T' | $T' \rightarrow \xi$ |                      | $T' \rightarrow \xi$ |                           | $T' \rightarrow \text{and } F T'$ |                                  |
| F  |                      | $F \rightarrow (E)$  |                      | $F \rightarrow \text{id}$ |                                   |                                  |

| Pila               | Entrada      |
|--------------------|--------------|
| E #                | (id or id) # |
| T E' #             | (id or id) # |
| F T' E' #          | (id or id) # |
| ( E ) T' E' #      | (id or id) # |
| E ) T' E' #        | id or id) #  |
| T E' ) T' E' #     | id or id) #  |
| F T' E' ) T' E' #  | id or id) #  |
| id T' E' ) T' E' # | id or id) #  |

**4.5** Tomando la definición ambigua de las instrucciones condicionales, se ha diseñado la siguiente gramática:

$S \rightarrow \text{if } B \text{ then } S A \mid a$   
 $A \rightarrow \text{else } S \mid \xi$   
 $B \rightarrow b$

Basándose en esa gramática, se ha construido la siguiente tabla de análisis descendente:

|   | if   | then | else                | a                 | B                 | #                   |
|---|--|------|---------------------|-------------------|-------------------|---------------------|
| S | $S \rightarrow \text{if } B \text{ then } S A$ |      |                     | $S \rightarrow a$ |                   |                     |
| A |  |      | $A \rightarrow \xi$ |                   |                   | $A \rightarrow \xi$ |
| B |  |      |                     |                   | $B \rightarrow b$ |                     |

Comparando la gramática original y la tabla planteadas, ¿qué problema se presenta? Razona tu respuesta sobre un ejemplo

**4.6** Dada la siguiente gramática:

$A \rightarrow b$   
 $\quad \mid B a$   
 $B \rightarrow b b$   
 $\quad \mid b d$   
 $\quad \mid A c$

se han aplicado sobre ella los algoritmos de factorización y eliminación de la recursividad a izquierdas en dos órdenes diferentes:

| Primer paso: aplicación del algoritmo de eliminación de la recursividad a izquierdas   | Segundo paso: aplicación del algoritmo de factorización   |
|--|---|
| $A \rightarrow b$<br>$\quad \mid B a$<br>$B \rightarrow b b B'$<br>$\quad \mid b d B'$<br>$\quad \mid b c B'$<br>$B' \rightarrow a c B'$<br>$\quad \mid \xi$ | $A \rightarrow b$<br>$\quad \mid B a$<br>$B \rightarrow b X$<br>$X \rightarrow b B'$<br>$\quad \mid d B'$<br>$\quad \mid c B'$<br>$B' \rightarrow a c B'$<br>$\quad \mid \xi$ |

| Primer paso: aplicación del algoritmo de factorización  | Segundo paso: aplicación del algoritmo de eliminación de la recursividad a izquierdas   |
|---|---|
| $A \rightarrow b$<br>$\quad   B a$<br>$B \rightarrow b X$<br>$\quad   A c$<br>$X \rightarrow b   d$ | $A \rightarrow b$<br>$\quad   B a$<br>$B \rightarrow b X B'$<br>$\quad   b c B'$<br>$X \rightarrow b   d$<br>$B' \rightarrow a c B'$<br>$\quad   \xi$ |

De lo anterior se deduce que (razona la respuesta sobre los ejemplos):

- Hay que eliminar primero la recursividad a izquierdas y después los prefijos comunes.
- Hay que eliminar primero los prefijos comunes y después la recursividad a izquierdas.
- El ejemplo anterior no permite deducir a) ni b).

**4.7** Se ha presentado la siguiente demostración a cuatro grupos de alumnos:

$G=(T,N,P,S)$  y  $A \in N$ ,  $A \rightarrow \gamma_1$  y  $A \rightarrow \gamma_2 \in P$ , y además

(1) existe una derivación con la forma:  $A \Rightarrow \gamma_1 \xRightarrow{*} A\beta$  con  $\beta \in (T \cup N)^*$

**A)** Si  $\text{PRIMERO}(\gamma_2) \neq \{\xi\}$  entonces

existe  $a \in \text{PRIMERO}(\gamma_2)$  y  $a \in T$

entonces  $a \in \text{PRIMERO}(A)$  y, por (1),  $a \in \text{PRIMERO}(\gamma_1)$

por lo tanto,  $\text{PRIMERO}(\gamma_1) \cap \text{PRIMERO}(\gamma_2) \neq \emptyset$

**B)** Si  $\text{PRIMERO}(\gamma_2) = \{\xi\}$  entonces  $\xi \in \text{PRIMERO}(A)$  y

**B.1)** Si  $\text{PRIMERO}(\beta) \neq \{\xi\}$  entonces

existe  $b \in \text{PRIMERO}(\beta)$  y  $b \in T$

entonces, por (1),  $b \in \text{PRIMERO}(\gamma_1)$  y, también por (1),  $b \in \text{SIGUIENTE}(A)$

y, por lo tanto,  $\xi \in \text{PRIMERO}(A)$  y  $\text{PRIMERO}(\gamma_1) \cap \text{SIGUIENTE}(A) \neq \emptyset$

**B.2)** Si  $\text{PRIMERO}(\beta) = \{\xi\}$  entonces, por (1),  $\xi \in \text{PRIMERO}(\gamma_1)$

por lo tanto,  $\xi \in (\text{PRIMERO}(\gamma_1) \cap \text{PRIMERO}(\gamma_2)) \neq \emptyset$

Cada grupo ha dado una respuesta diferente, diciendo que la demostración anterior pretende probar que:

- Una gramática con recursividad por la izquierda no es LL(1).
- Una gramática con recursividad inmediata por la izquierda no es LL(1).
- Una gramática ambigua no puede ser LL(1).
- Existe más de una derivación a izquierdas de una cadena a partir de una gramática con recursividad a izquierdas

Al no haber acuerdo te piden consejo para decidir cuál de los grupos tiene razón. Valora brevemente sus respuestas.

**4.8** Se ha presentado la siguiente demostración a cuatro grupos de alumnos de compilación:

$G=(T,N,P,S)$  y  $A \in N$ ,  $A \rightarrow \gamma_1 \in P$  y

(1) no existe una derivación con la forma:  $A \Rightarrow \gamma_1 \xRightarrow{*} A\beta$  con  $\beta \in (T \cup N)^*$

**Si se procede a sustituir**  $A \rightarrow \alpha\beta_1 \dots \mid \alpha\beta_n \mid \delta$

**por**  $A \rightarrow \alpha A' \mid \delta$

**donde**  $A' \rightarrow \beta_1 \dots \mid \beta_n$

**y**  $\delta$  representa todas las producciones que no tienen como prefijo  $\alpha$

**entonces** en  $G'$ , la gramática transformada, se mantiene (1)

**Demostración:**

Supongamos que en  $G'$  existe una derivación con la forma:

$A \Rightarrow \gamma_1 \xRightarrow{*} A\beta_b$  con  $\beta_b \in (T \cup N)^*$

Si  $A \rightarrow \gamma_1$  es una de las reglas representadas por  $A \rightarrow \delta$  entonces en  $G$  existe una derivación con la forma:  $A \Rightarrow \gamma_1 \xRightarrow{*} A\beta$  con  $\beta \in (T \cup N)^*$

Si  $A \rightarrow \gamma_1$  es  $A \rightarrow \alpha A'$  entonces

1) bien  $\alpha \xRightarrow{*} A\beta_p$ , lo que conlleva que en  $G$  existe una derivación con la forma:  $A \Rightarrow \gamma_1 \xRightarrow{*} A\beta$  con  $\beta \in (T \cup N)^*$

2) bien  $\alpha \xRightarrow{*} \xi$  y  $A' \xRightarrow{+} A\beta$ , esto quiere decir que para  $G'$  existe una derivación con la forma:  $A \Rightarrow \alpha A' \xRightarrow{*} A' \xRightarrow{+} \beta_m \Rightarrow A\beta$ , lo que conlleva que para  $G$  exista una derivación de la forma  $A \xRightarrow{*} \alpha\beta_m \xRightarrow{*} \beta_m \Rightarrow A\beta$

Cada grupo ha dado una respuesta diferente, diciendo que la demostración anterior pretende probar que:

- Eliminar la recursividad a izquierdas puede introducir factores comunes
- Eliminar la recursividad a izquierdas no puede introducir factores comunes
- Eliminar factores comunes no introduce recursividad a izquierdas
- Eliminar factores comunes puede introducir recursividad a izquierdas

Al no haber acuerdo te piden consejo para decidir cuál de los grupos tiene razón. Valora brevemente todas sus respuestas.

#### 4.9 Se ha presentado la siguiente demostración a 4 grupos de alumnos de compilación:

$G=(T,N,P,S)$  y existe un  $w \in T^*$  tal que:

$$S \xRightarrow{*} w_1 A \beta \xRightarrow{*} w_1 \gamma_1 \beta \xRightarrow{*} w \quad (1)$$

$$S \xRightarrow{*} w_1 A \beta \xRightarrow{*} w_1 \gamma_2 \beta \xRightarrow{*} w \quad (2)$$

Con  $w_1 \in T^*$ ,  $A \in N$ ,  $A \rightarrow \gamma_1$  y  $A \rightarrow \gamma_2 \in P$ , y  $\gamma_1, \gamma_2, \beta \in (T \cup N)^*$

**A)** Si  $w = w_1$  entonces

$$\begin{aligned} \gamma_1 \beta &\xRightarrow{*} \xi \text{ en (1), luego } \gamma_1 \xRightarrow{*} \xi \text{ en (1) y} \\ \gamma_2 \beta &\xRightarrow{*} \xi \text{ en (2), luego } \gamma_2 \xRightarrow{*} \xi \text{ en (2)} \end{aligned}$$

por lo tanto,  $\text{PRIMERO}(\gamma_1) \cap \text{PRIMERO}(\gamma_2) \neq \emptyset$

**B)** Si  $w = w_1 a w_2$  con  $a \in T$  y  $w_2 \in T^*$

$$\begin{aligned} \text{b1) Si en (1) y en (2) } \gamma_1 &\xRightarrow{*} \xi \text{ y } \gamma_2 \xRightarrow{*} \xi \\ \text{entonces } \text{PRIMERO}(\gamma_1) &\cap \text{PRIMERO}(\gamma_2) \neq \emptyset \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b2) Si en (1), } \gamma_1 &\Rightarrow a w', \text{ con } w' \in T^*, \text{ entonces :} \\ (* \text{ el razonamiento con (2) es el mismo } &*) \end{aligned}$$

1. Si en (2),  $\gamma_2 \xRightarrow{*} a w''$ , con  $w'' \in T^*$ ,  
entonces  $\text{PRIMERO}(\gamma_1) \cap \text{PRIMERO}(\gamma_2) \neq \emptyset$ .
2. Si en (2),  $\gamma_2 \xRightarrow{*} \xi$  entonces:  
 $\xi \in \text{PRIMERO}(A)$  y  $\text{SIGUIENTE}(A) \cap \text{PRIMERO}(\gamma_1) \neq \emptyset$ .

Cada grupo ha dado una respuesta diferente, diciendo que la demostración anterior prueba que:

- a) Una gramática con recursividad por la izquierda no es LL(1).
- b) Una gramática LL(1) es ambigua.
- c) Una gramática ambigua puede ser LL(1).
- d) Una derivación a izquierdas de una cadena a partir de una gramática LL(1) es más corta que cualquier otra derivación de esa misma cadena.

Al no haber acuerdo te piden consejo para decidir cuál de los grupos tiene razón. Valora brevemente sus respuestas.

**4.10** Dada la siguiente gramática:

- (1)  $E \rightarrow E + T$
- (2)  $E \rightarrow T$
- (3)  $T \rightarrow T * F$
- (4)  $T \rightarrow F$
- (5)  $F \rightarrow (E)$
- (6)  $F \rightarrow \mathbf{id}$

y la tabla de análisis ascendente correspondiente:

| Estado | Acción         |                |                |                |                 |                | goto |   |    |
|--------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|----------------|------|---|----|
|        | id             | +              | *              | (              | )               | \$             | E    | T | F  |
| 0      | s <sub>5</sub> |                |                | s <sub>4</sub> |                 |                | 1    | 2 | 3  |
| 1      |                | s <sub>6</sub> |                |                |                 | acc            |      |   |    |
| 2      |                | r <sub>2</sub> | s <sub>7</sub> |                | r <sub>2</sub>  | r <sub>2</sub> |      |   |    |
| 3      |                | r <sub>4</sub> | r <sub>4</sub> |                | r <sub>4</sub>  | r <sub>4</sub> |      |   |    |
| 4      | s <sub>5</sub> |                |                | s <sub>4</sub> |                 |                | 8    | 2 | 3  |
| 5      |                | r <sub>6</sub> | r <sub>6</sub> |                | r <sub>6</sub>  | r <sub>6</sub> |      |   |    |
| 6      | s <sub>5</sub> |                |                | s <sub>4</sub> |                 |                |      | 9 | 3  |
| 7      | s <sub>5</sub> |                |                | s <sub>4</sub> |                 |                |      |   | 10 |
| 8      |                | s <sub>6</sub> |                |                | s <sub>11</sub> |                |      |   |    |
| 9      |                | r <sub>1</sub> | s <sub>7</sub> |                | r <sub>1</sub>  | r <sub>1</sub> |      |   |    |
| 10     |                | r <sub>3</sub> | r <sub>3</sub> |                | r <sub>3</sub>  | r <sub>3</sub> |      |   |    |
| 11     |                | r <sub>5</sub> | r <sub>5</sub> |                | r <sub>5</sub>  | r <sub>5</sub> |      |   |    |

Un alumno cree que siendo la gramática recursiva a izquierdas esa tabla presentará algún problema para el analizador ascendente. Sigue los pasos del analizador para la cadena  $x*y*z$ , y en el caso de que estes de acuerdo con ese alumno, señala dónde ocurre el problema.

| <u>Pila</u> | <u>Entrada</u> | <u>Acción</u> |
|-------------|----------------|---------------|
| 0           | id*id*id\$     | desplazar     |
| 0 id 5      |                |               |

**4.11** Dada la siguiente gramática:

- (1)  $S \rightarrow i S e S$  (if A then S else S)
- (2)  $S \rightarrow i S$  (if A then S)
- (3)  $S \rightarrow a$

y la tabla de análisis ascendente correspondiente:

| ESTADO | acción |    |    |     | goto |
|--------|--------|----|----|-----|------|
|        | i      | e  | a  | \$  | S    |
| 0      | s2     |    | s3 |     | 1    |
| 1      |        |    |    | acc |      |
| 2      | s2     |    | s3 |     | 4    |
| 3      |        | r3 |    | r3  |      |
| 4      |        | s5 |    | r2  |      |
| 5      | s2     |    | s3 |     | 6    |
| 6      |        | r1 |    | r1  |      |

Analiza la cadena **iaea** y señala que solución se ha tomado para el **else** ambiguo, y como se ha implementado esa solución en la tabla

| <u>Pila</u> | <u>Entrada</u> | <u>Acción</u> |
|-------------|----------------|---------------|
| 0           | i i a e a\$    | desplazar     |
| 0 i 2       |                |               |